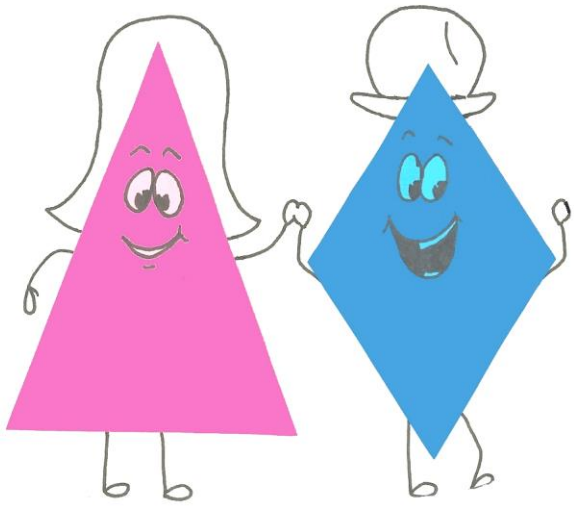
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler, die Freude an Mathematik haben.



Mit Frau Dreieck und Herrn Raute rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise: Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur das Ergebnis anzugeben. Schreibe einen Antwortsatz, führe wenn möglich eine Probe durch und erkläre, wie du die Lösung gefunden hast, oder zeichne zur Begründung deine Lösung auf. Auf der Rückseite sind einige Hinweise für die Lösungsdarstellung einer Aufgabe angegeben.

Du kannst auch einsenden, wenn du nicht alle Aufgaben gelöst hast.

Schicke deine Lösungen bis spätestens **22. Oktober 2024** (nach den sächsischen Herbstferien, Datum des Poststempels) an folgende Adresse:

MATHE LOGO
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Du darfst auch eher einsenden! Wenn du sogar schon bis 28. September 2024 einsendest, schicken wir dir weitere Aufgaben zu.

Nach Einsendeschluss erhältst du im November eine Teilnahmeurkunde für diese 1. Runde und die Aufgaben der 2. Runde.

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule und deine Klassenstufe anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünscht dir das LOGO-Team.

Tipps für die vollständige Lösungsdarstellung einer LOGO-Aufgabe

Beispielaufgabe. Familie Geometrie – das sind Herr Raute, Frau Dreieck, Kreisa und Quadrato – backen Plätzchen. Alle helfen mit, die Plätzchen aus dem Teig auszustechen. Frau Dreieck zeigt, wie es geht, und sticht einige Plätzchen aus. Danach bereitet sie den nächsten Teig vor. Herr Raute sticht doppelt so viele Plätzchen aus wie Frau Dreieck. Quadrato schafft so viele, wie Frau Dreieck und Herr Raute zusammen. Kreisa ist besonders flink. Sie sticht so viele Plätzchen aus, wie Quadrato und Herr Raute zusammen.

Als sie fertig waren, sagt Quadrato: „Da haben wir alle vier insgesamt mehr als 100 Plätzchen vorbereitet“. Frau Dreieck lacht: „Das stimmt nicht. Wenn ich aber jetzt noch 5 Plätzchen dazulege, sind es wirklich über 100“.

Wie viele Plätzchen hat Familie Geometrie insgesamt ausgestochen? Begründe dein Ergebnis.

Lösungshinweise – Antwortsatz: Insgesamt hat Familie Geometrie 99 Plätzchen ausgestochen, bevor Frau Dreieck noch 5 Plätzchen dazu legte und es dann 104 Plätzchen waren.

Herleitung: Eine solche Aufgabe kannst du mit einer Tabelle lösen. Wenn du eine Anzahl Plätzchen für Frau Dreieck annimmst, kannst du aufgrund der Angaben im Text die Anzahl aller Plätzchen ermitteln.

Hinweis: Kürze zur Vereinfachung die Namen mit dem Anfangsbuchstaben ab und verwende diese Buchstaben als Variablen für die Anzahl der Plätzchen.

D	R = 2 · D „doppelt so viele wie D“	Q = R + D „so viele wie R und D“	K = Q + R „so viele wie Q und R“	Gesamt	Prüfe: <100?	+5	Prüfe: >100?
1	2	3	5	11	Ja	16	Nein
2	4	6	10	22	Ja	27	Nein
...							
8	16	24	40	88	Ja	93	Nein
9	**18**	**27**	**45**	**99**	**Ja**	**104**	**Ja**
10	20	30	50	110	Nein		

Nur wenn Frau Dreieck 9 Plätzchen ausstach, sind alle Bedingungen der Aufgabe erfüllt. Die entsprechende Zeile in der Tabelle beinhaltet zugleich die Probe.

Hinweis: Wenn du Glück hast, errätst du gleich beim ersten Versuch das richtige Ergebnis, also D = 9. Zeige dennoch, wie du auch andere Werte untersuchen würdest. Zeige also, was beim Probieren für D = 8 („weniger als 100“) und D = 10 („mehr als 100“) herauskommt.

Lösungsvariante: Verwendest du wieder die Anfangsbuchstaben als Variablen für die Anzahlen der ausgestochenen Plätzchen, so findest du folgende Zusammenhänge:

$R = 2 \cdot D$
$Q = R + D$ für R setzen wir $2 \cdot D$ ein: $Q = (2 \cdot D) + D = 3 \cdot D$,
$K = Q + R$ für Q und R setzen wir $3 \cdot D$ und $2 \cdot D$ ein: $K = (3 \cdot D) + (2 \cdot D) = 5 \cdot D$,
$D + R + Q + K$ für die Gesamtzahl finden wir also: $D + 2 \cdot D + 3 \cdot D + 5 \cdot D = 11 \cdot D$.

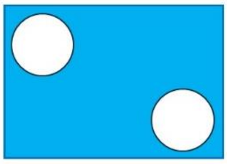
Nun soll gelten $11 \cdot D < 100$, aber $11 \cdot D + 5 > 100$. Diese Ungleichungen sind nur für $D = 9$ erfüllt. Damit ist die gesuchte Anzahl der Plätzchen $11 \cdot D + 5 = 11 \cdot 9 + 5 = 104$.

Prüfe nun mittels einer Probe, dass mit $D = 9$ tatsächlich alle Bedingungen der Aufgabenstellung erfüllt sind.

Teil A: Im Fussball-Fieber

Familie Geometrie – das sind Frau Dreieck, Herr Raute, Kreisa und Quadrato – verfolgten im Sommer die Spiele der Europameisterschaft im Fußball mit Interesse, denn auch Quadrato und Kreisa spielen in Mannschaften eines Fußball-Vereins.

Aufgabe 1. Quadrato bereitete sich auf ein Turnier vor und übte Torwandschießen. Wenn er den Fußball durch das Loch rechts unten schoss, erhielt er einen Punkt. Traf er dagegen das Loch links oben, erhielt er drei Punkte. Wenn er daneben schoss, gab es keinen Punkt. Jeden Tag schoss er dreimal und zählte die Trefferpunkt zusammen.



Am Montag schaffte er nur wenige Punkte. Am Dienstag waren es schon 4 Punkte mehr als am Vortag. Mittwoch war sein erfolgreichster Tag. Am Donnerstag gelangen ihm halb so viele Trefferpunkte wie am Dienstag. Quadrato freute sich, dass er in der Summe der vier Tage mehr als 15 Trefferpunkte erreichte. Außerdem stellte er fest, dass diese Summe ein Vielfaches von 4 ist.

Kannst du ermitteln, wie viele Punkte Quadrato insgesamt an diesen vier Tagen schaffte? Begründe dein Ergebnis.

Aufgabe 2. Im Fußball-Verein trainieren 3 Jungen-Mannschaften (wir nennen sie A, B und C). Damit sie im Turnier gegeneinander gut zu unterscheiden sind, hat der Verein Trikots in den Farben weiß und blau sowie Hosen in den Farben rot und schwarz. (Wenn gegnerische Mannschaften die gleiche Trikotfarbe tragen, unterscheiden sie sich in der Hosenfarbe. Wenn gegnerische Mannschaften die gleiche Hosenfarbe tragen, unterscheiden sie sich in der Trikotfarbe. Es können auch sowohl Trikotfarbe als auch Hosenfarbe verschieden sein.)

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Mannschaft A, Trikot- und Hosenfarbe auszuwählen? Schreibe das Ergebnis auf!
b) Wie viele Möglichkeiten bleiben für die Mannschaften B und C für ihre Auswahl übrig, wenn sich Mannschaft A für weiße Trikots und schwarze Hosen entschieden hat?

Aufgabe 3. Am Turnier nahmen die 3 Jungen-Mannschaften teil. Jede Mannschaft spielte genau einmal gegen jede andere Mannschaft: A gegen B, A gegen C und B gegen C. Die Spielergebnisse wurden in eine Tabelle eingetragen: Für einen Sieg gab es 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für ein verlorenes Spiel wurde kein Punkt eingetragen. Die Mannschaft A erreichte in der Tabelle die meisten Punkte und gewann das Turnier.

a) Wie sah die Tabelle nach dem Turnier aus, wenn Mannschaft B Zweiter wurde und keines der 3 Spiele Unentschieden endete?
b) Wie viele Tore könnte Mannschaft A in ihren 2 Spielen geschossen haben, wenn in den 3 Spielen insgesamt 6 Tore fielen? Schreibe alle Möglichkeiten auf und begründe dein Ergebnis.

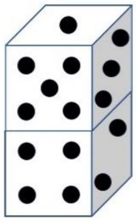
Aufgabe 4. Am Rande des Turniers durfte Familie Geometrie sich im Torwandschießen messen, wobei die Regeln aus Aufgabe 1 galten. Jeder schoss dreimal. Vorab spekulierten sie über die Punktzahlen, die sie erreichen könnten.

> Quadrato prahlte: „Ich werde der Beste sein.“
> Frau Dreieck meinte: „Ich schaffe bestimmt nur 3 Punkte“.
> Herr Raute frohlockte: „Ich war früher gut im Torwandschießen – ich erreiche bestimmt halb so viele Punkte wie Kreisa und Frau Dreieck zusammen.“
> Schließlich sagte Kreisa: „Ich war schon einmal besser als Herr Raute – das wird mir heute wieder gelingen.“

Ermittle die Anzahl der Trefferpunkte, die jeder der Familie Geometrie erreichte, wenn bekannt ist, dass alle 4 Aussagen richtig waren und kein Schuss ohne Punkte blieb!

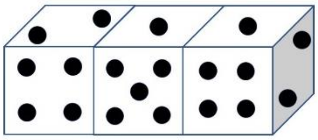
Teil B: Würfelspiele

Kreisa und Quadrato spielen gern mit Spielwürfeln, auf deren sechs Würfelseiten wie gewöhnlich 1 bis 6 Punkte zu sehen sind. Hast du auch schon bemerkt, dass die Summe der Punkte auf den gegenüberliegenden Würfelseiten immer 7 ergibt?



Aufgabe 1a. Quadrato hat auf dem Tisch einen Würfel-Turm aus zwei Würfeln gebaut, also zwei Würfel wie in der Abbildung übereinandergelegt. Wie viele Punkte sieht er insgesamt auf allen sichtbaren Würfelseiten, wenn er um den Tisch herumläuft?

(Die Punkte auf der Seite unten und auf den sich berührenden Seiten beider Würfel sieht er natürlich nicht!)



Aufgabe 1b. Kreisa hat auf dem Tisch eine Würfel-Schlange aus drei Würfel gelegt, also drei Würfel wie in der Abbildung nebeneinandergelegt. Wie viele Punkte könnte sie insgesamt auf allen sichtbaren Würfelseiten sehen, wenn sie um den Tisch herumläuft?

(Die Punkte auf den Seiten unten und auf den sich berührenden Seiten der Würfel sieht sie natürlich nicht!)

Aufgabe 2. Quadrato hat erneut einen Würfel-Turm aus zwei Würfeln gebaut. Kreisa hat daneben eine Turm-Schlange aus zwei Türmen gelegt. Erstaunt stellen sie fest, dass auf dem Turm insgesamt genauso viele Punkte zu sehen sind wie insgesamt auf der Schlange. Wie viele Punkte könnten sie sowohl auf dem Turm als auch auf der Schlange sehen? Finde alle Möglichkeiten!

Aufgabe 3a. Quadrato hat einen Würfel-Turm aus einigen Würfeln gebaut. Er behauptet, insgesamt 45 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Wenn seine Aussage stimmt – wie viele Würfel hat er übereinandergelegt und welche Punktzahl ist oben zu sehen?

Aufgabe 3b. Kreisa hat eine Würfel-Schlange aus einigen Würfeln gelegt. Sie behauptet, insgesamt 50 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Wenn ihre Aussage stimmt – wie viele Würfel hat sie nebeneinandergelegt?

Kreisa fragt sich, ob es möglich ist, unterschiedlich lange Würfel-Schlangen mit jeweils insgesamt 50 Punkten zu legen. Was meinst du? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 3c. Quadrato hat nun einen neuen Würfel-Turm aus einigen Würfeln gebaut. Er behauptet, diesmal ebenfalls insgesamt 50 Punkte auf allen sichtbaren Seitenflächen zu sehen. Kreisa widerspricht: „Das kann nicht sein!“ Hat Kreisa recht? Begründe deine Antwort.